

Un algorithme de descente par coordonnée primal-dual avec de longs pas de descente et des fonctions non-séparables

Olivier FERCOQ

LTCI, CNRS, Télécom ParisTech, Université Paris-Saclay, France

Pascal BIANCHI

LTCI, CNRS, Télécom ParisTech, Université Paris-Saclay, France

Mots-clefs : Descente par coordonnée, algorithme primal-dual, séparabilité, convergence, régularisation TV, SVM

Nous introduisons une version descente par coordonnée de l'algorithme de Vũ-Condat [1, 5]. Par descente par coordonnée, nous voulons dire que seul un sous-ensemble des coordonnées primales et duales est mis à jour à chaque itération. Les autres coordonnées sont maintenues à leur valeur précédente. Notre méthode permet de résoudre des problèmes d'optimisation avec une combinaison de fonctions dérivables, de contraintes et de fonctions de régularisation non-séparables et non-dérivables du type

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) + g(x) + h(Mx)$$

où toutes les fonctions sont convexes, f est dérivable, M est un opérateur linéaire et g et h ont des opérateurs proximaux faciles à évaluer.

Nous montrons que la suite générée par notre algorithme converge vers un point selle du problème, pour des valeurs du paramètre plus grandes que les méthodes précédentes. En particulier, les conditions sur les pas de descente dépendent des constantes de Lipschitz directionnelles du gradient de f , ce qui est une caractéristique majeure qui permet aux méthodes de descente par coordonnées classiques d'être si efficaces quand elles sont applicables [4].

Nous illustrons les performances de l'algorithme sur un problème de régression moindres carrés régularisé par la variation totale [2] et sur un problème de séparateurs à vaste marge de grande dimension [3].

Références

- [1] Laurent Condat. A primal–dual splitting method for convex optimization involving Lipschitzian, proximal and linear composite terms. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 158(2):460–479, 2013.
- [2] Elvis Dohmatob, Alexandre Gramfort, Bertrand Thirion, and Gaël Varoquaux. Benchmarking solvers for tv-l1 least-squares and logistic regression in brain imaging. In *Pattern Recognition in Neuroimaging (PRNI)*. IEEE, 2014.
- [3] Isabelle Guyon, Vincent Lemaire, Marc Boullé, Gideon Dror, and David Vogel. Analysis of the kdd cup 2009: Fast scoring on a large Orange customer database. In *KDD Cup*, pages 1–22, 2009.
- [4] Yurii Nesterov. Efficiency of coordinate descent methods on huge-scale optimization problems. *SIAM Journal on Optimization*, 22(2):341–362, 2012.
- [5] Bang Công Vũ. A splitting algorithm for dual monotone inclusions involving cocoercive operators. *Advances in Computational Mathematics*, 38(3):667–681, 2013.