

Les spectraèdres tropicaux et leur relation aux jeux stochastiques

Mateusz SKOMRA

CMAP, École Polytechnique, CNRS, et INRIA, France

Xavier ALLAMIGEON

INRIA et CMAP, École Polytechnique, CNRS, France

Stéphane GAUBERT

INRIA et CMAP, École Polytechnique, CNRS, France

Mots-clefs : Programmation semi-définie, géométrie tropicale, jeux stochastiques, corps non-archimédiens

Dans cet exposé, nous établissons une relation entre la programmation semi-définie paramétrique et les jeux stochastiques à information parfaite. Pour ce faire, nous introduisons la notion de *spectraèdre tropical*.

La programmation semi-définie revient à optimiser une fonction linéaire sur un spectraèdre. La définition d'un spectraèdre sur les réels est encore valide si l'on remplace le corps \mathbb{R} par un corps réel clos, comme le corps non-archimédien $\mathbb{R}_{\text{cvg}}\{\{t\}\}$ formé des séries de Puiseux convergentes. Celles-ci sont les séries en un paramètre t , de la forme $f(t) = \sum_{k \geq K} a_k t^{-k/r}$, avec r entier, K entier relatif, a_k réel, qui convergent absolument pour $|t|$ suffisamment grand. La *valuation non-archimédienne* de la série f est son exposant dominant, $\lim_{t \rightarrow \infty} |\log f(t)| / \log t$. Les spectraèdres sur $\mathbb{R}_{\text{cvg}}\{\{t\}\}$ peuvent être vus comme des familles paramétriques de spectraèdres réels. Nous définissons les *spectraèdres tropicaux* comme les images par la valuation non-archimédienne des spectraèdres sur le corps $\mathbb{R}_{\text{cvg}}\{\{t\}\}$.

Nous montrons que les spectraèdres tropicaux génériques sont décrits par des systèmes d'inégalités polynomiales sur le semi-anneau tropical. Ces systèmes expriment des contraintes de positivité sur des mineurs tropicaux d'ordre au plus 2. Ainsi, ces spectraèdres sont donnés par les supports de complexes polyédraux bien particuliers (cf. Figure 1 pour un exemple en dimension 2). Nous en déduisons une relation entre une certaine classe de spectraèdres tropicaux et les jeux à paiement moyen stochastiques. On étend de la sorte la correspondance entre les polyèdres tropicaux et les jeux à paiement moyen déterministes établie dans [1].

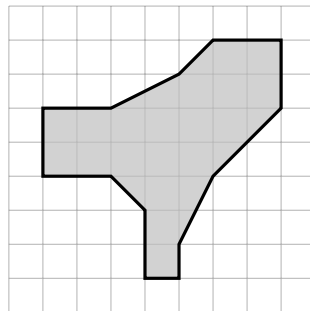


Figure 1: Spectraèdre tropical.

Références

- [1] Akian, M., Gaubert, S., Guterman, A.: Tropical polyhedra are equivalent to mean payoff games. *Int. J. Algebr. Comput.* **22**(1) (2012) 125001