

## Un dilemme du prisonnier démographique

Sylvain GIBAUD

Institut de Mathématiques de Toulouse

**Mots-clefs :** Evolutionary game, Stochastic processes, prisoner's dilemma, Queues, Multi-agent systems.

Nowak et May [1] ont introduit le dilemme du prisonnier spatialisé. C'est un jeu évolutionnaire se basant sur le dilemme du prisonnier où les particules sont placées sur un réseau avec des conditions périodiques au bord. Ainsi à chaque génération les joueurs ne jouent qu'avec leur voisins. À la génération suivante ils adoptent ensuite la stratégie de leur voisin ayant reçu le plus grand paiement. Dans ce modèle une hypothèse biologique implicite est faite : le taux de naissance des joueurs est très grand devant leur taux de mort.

En 1998, J.M Epstein [2] introduit le jeu du prisonnier démographique et amena cette notion de mort via des paiements négatifs (pour les cas de trahison et de punition) et une notion de richesse (si la richesse d'une particule atteint 0, la particule meurt). Avec la mort des joueurs, il amène aussi le fait que les particules se déplacent et doivent remplir des conditions pour que les jeux arrivent.

Ainsi on considère un domaine torique  $D = (\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})^2$  avec  $m \in \mathbb{N}^*$ , que l'on peuple de  $N \in \mathbb{N}^*$  joueurs. Ces joueurs ont des actions fixées (soit "coopérer" soit "agresser") et une richesse initiale  $z_0 > 0$ . L'objet à étudier est donc le processus stochastique à valeur dans  $(D \times \{\text{coopérer, agresser}\} \times \mathbb{N})^N$ .

Dorofeenko et Shorish [3] ont introduit et étudié une version champ moyen de ce processus (dont les joueurs sont indépendants) et l'ont approximée pour pouvoir donner des résultats qualitatifs à l'aide de résolutions numériques.

Cette communication a pour but d'apporter un cadre théorique basé sur des processus de Poisson afin de pouvoir étudier la version initiale du dilemme du prisonnier démographique.

Ainsi les joueurs se déplaceront selon des marches aléatoires continues symétriques simples. On attachera à chaque couple de particules un autre processus de Poisson (indépendant de tout autre processus). À chaque réalisation de ce processus si les particules sont sur le même site alors elle jouent un dilemme du prisonnier qui change leur richesse.

On parlera dans cette présentation des motivations du modèle, et on apportera une réponse à la question souvent posée dans la littérature : comment les particules coopératives peuvent survivre dans un environnement qui leur est défavorable ? Ainsi on montrera notamment que sous certaines conditions sur les paiements, on a que l'évènement : { les particules coopératives survivent *ad vitam eternam* } est de probabilité strictement positive.

## Références

- [1] NOWAK, M. A. , MAY R. M, *The spatial dilemmas of evolution, International Journal of bifurcation and chaos.* , World Scientific, 1993.
- [2] EPSTEIN, J. M. , *Zones of cooperation in demographic prisoner's dilemma, Complexity.* , 1998.
- [3] DOROFEENKO, V. , SHORISH J. , *Dynamical modeling of the demographic prisoner's dilemma, Reihe Ökonomie/Economics Series, Institut für Höhere Studien.* , 2002.