Sur les transferts orbitaux en temps optimal

Michaël ORIEUX
Université de Paris Dauphine, France

Mots-clefs : Contrôle optimal, moyennisaton, transfert à poussée faible, minimisation L^2, L^1, problème à deux corps, géométrie Riemannienne-Finslérienne.

Ce poster concernerait différentes approches pour effectuer le transfert d'un engin spatial d'une orbite initiale à un orbite finale de manière optimale. Nous retiendrons deux principaux critères d'optimalités (ou coût) : le transfert en temps optimal et en consommation minimale, et on se restreint ici à un transfert coplanaire. Dans les deux cas, on étudie la dynamique suivante :

$$\begin{cases} \dot{I} = \sum_{i=1}^{2} u_i F_i(I, \varphi) \\ \dot{\varphi} = \omega(I) \end{cases}$$

La variation de masse de l'engin est régie par $\dot{m} = -\beta \|u\|$. La minimisation de la consommation conduit naturellement à maximiser la masse final, et donc à minimiser la norme L^1 du contrôle. On se place également dans un modèle à poussée faible (ex : moteur solaire-ionique), avec la contrainte : $\|u\| \leq \varepsilon$.

Ce système possède des variables lentes - I les caractéristiques de l'orbite - et, dans problème à deux corps, une variable rapide : la phase φ, dont le système dépend périodiquement. Enfin $u = (u_1, u_2)$ étant notre contrôle : la poussée de l'engin. Nous l'étudierons à l'aide du principe du maximum de Pontryagin, il permet de se ramener à un vrai (ie ne dépendant plus du contrôle) système Hamiltonien en donnant des conditions nécessaires d'optimalité. Une approche classique consiste alors à moyenniser le système 'maximisé' obtenu par rapport à l'angle rapide.
La nature du système moyennisé dépend du coût considéré, et une relaxation agréable de la consommation minimale correspond à minimiser la norme L^2, en lieu et place de la norme L^1. Cela conduit à l'étude du flot d'une métrique riemannienne, et les extrémales, ie, les trajectoires 'candidates' à l'optimalité peuvent être explicitées.
Quand au cas du transfert en temps minimale, l'espace des phases est cette fois pourvu d'une métrique Finslérienne, la question de l'intégrabilité du système moyen se pose encore, et une réponse partielle peut être apportée dans le cas particulier d'un transfert entre orbite circulaire. L'approche utilisée est intéressante en soit et une généralisation est envisageable.

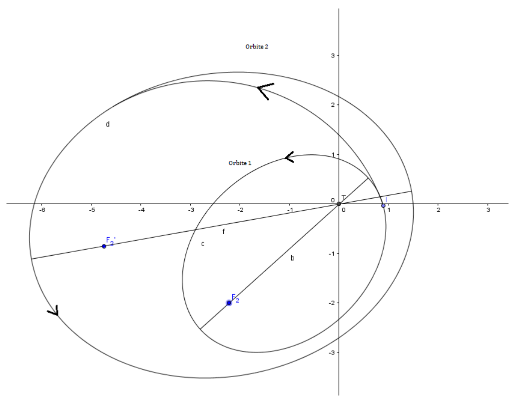

Figure 1: Exemple d'un transfert coplanaire.

Références

[1] J.-B. CAILLAU AND B. DAOUD, *Coplanar control of a satellite around the Earth,*, ESAIM Control Optim. Calc. Var., 6, 2001.

[2] Bernard Bonnard, Helen C. Henninger, Jana Nemcová, Jean-Baptiste Pomet, *Time Versus Energy in the Averaged Optimal Coplanar Kepler Transfer towards Circular Orbits*, Acta Applicandae Mathematicae, 2015.

[3] J-B. Caillau, B. Bonnard, *Riemannian metric of the averaged energy minimization problem in orbital transfer with low thrust*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire 24, 2007.