Les modèles GAI (Indépendance Additive Généralisée) et les k-capacités en décision multicritère

Michel GRABISCH
Paris School of Economics, Université Paris I, Paris, France

Christophe LABREUCHE
THALES Research and Technology, Palaiseau, France

Mots-clefs : capacité, intégrale de Choquet, modèle GAI, k-capacité

Les modèles GAI (Indépendance Additive Généralisée) ont été introduits par Fishburn [2] et appartiennent à la classe des modèles additif-décomposables de la théorie de l'utilité multi-attributs (MAUT) et permettent tout comme l'intégrale de Choquet [1] de représenter l'interaction entre critères en définissant une fonction d'utilité sur $X = X_1 \times \cdots \times X_n$ comme une somme de termes dépendants de certains sous-ensembles de critères:

$$U(x) = \sum_{S \in \mathcal{S}} u_S(x_S) \tag{1}$$

($\mathcal{S} \subseteq 2^N$, $N = \{1, \ldots, n\}$) Contrairement aux modèles basés sur l'intégrale de Choquet, il n'est pas nécessaire d'avoir des attributs commensurables. Un premier fait est qu'un modèle GAI discret est équivalent à la donnée d'une k-capacité [3], i.e., une fonction $v : \{0, 1, \ldots, k\}^n \to \mathbb{R}$ qui est une généralisation à k niveaux d'appartenance de la notion de capacité de Choquet. De même que pour les capacités classiques, on peut définir des k-capacités p-additives, i.e., dont la transformée de Möbius [4] s'annule pour tout élément du domaine dont le support a une taille plus grande que k. On montre qu'elles sont équivalentes à des modèles GAI p-additifs, où chaque terme dépend d'au plus p variables (i.e., $|S| \leq p$ dans (1)).

Il existe en général plusieurs expressions équivalentes du type (1) pour un modèle GAI. Nous montrons qu'un modèle GAI 2-additif discret peut toujours s'écrire comme une somme de termes positifs et croissants, qui correspondent aux points extrêmes du polytope des k-capacités 2-additives.

Références

[1] G. Choquet. Theory of capacities. *Annales de l'Institut Fourier*, 5:131–295, 1953.

[2] P. Fishburn. Independence in utility theory with whole product sets. *Operations Research*, 13(1):28–45, 1965.

[3] M. Grabisch and Ch. Labreuche. Capacities on lattices and k-ary capacities. In *3d Int, Conf. of the European Soc. for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT 2003)*, pages 304–307, Zittau, Germany, September 2003.

[4] G. C. Rota. On the foundations of combinatorial theory I. Theory of Möbius functions. *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete*, 2:340–368, 1964.