

Optimisation de treillis sous contraintes de flambage

Florian MITJANA (ENAC - UPS - AVANTIS PROJECT)

Sonia CAFIERI (ENAC)

Florian BUGARIN (UPS)

Fabien CASTANIE (AVANTIS PROJECT)



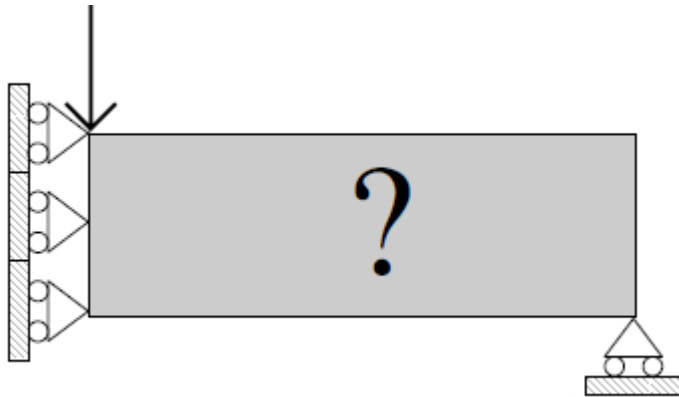
Plan

1. Contexte
2. Modélisation du problème
3. Algorithme de résolution
4. Résultats numériques
5. Conclusion et perspectives

Contexte

Optimisation topologique :

Déterminer la disposition optimale de matière sous des contraintes mécaniques et de fabricabilité



[1]

Contexte

Différentes méthodes :

- Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP) (Bendsøe, 1989)
- Evolutionary Structural Optimization (ESO) (Xie and Steven, 1997)
- Level-Set / Lignes de Niveaux (Osher and Sethian, 1988)

Logiciels commerciaux² (Vanderplaats R&D GENESIS, Altair OptiStruct, Fe-design TOSCA, ANSYS Workbench, etc ...) :

- Variantes de la méthode SIMP,
- Résolution de problèmes de souplesse et de résistance vibratoire

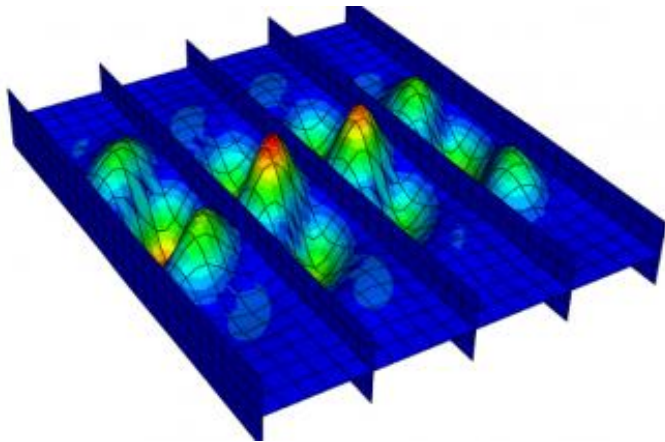
[2] Deaton, J. D. & Grandhi, R. V. (2014). *A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000*. Struct Multidisc Optim , 49(1), 1-38

Contexte

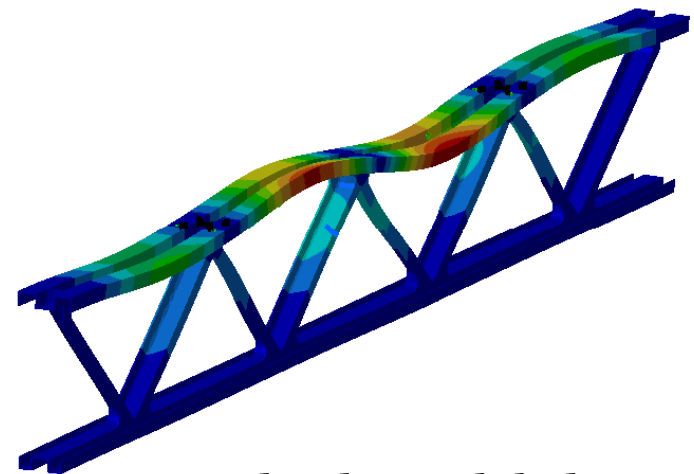
Thématique de la thèse :

Optimisation topologique sous des contraintes de
rigidité et de *flambage*

Flambage \approx Phénomène d'instabilité de la structure



Flambage local



Flambage global

Contexte

- Contraintes de rigidité :

$$\sigma_{comp} \leq \sigma_i \leq \sigma_{tens},$$

$\forall i = 1, \dots, \text{nombre d'éléments}$

- σ_i est l'effort appliquée à l'élément i
- σ_{comp} et σ_{tens} sont les efforts de compression et de tension admissibles

- Contrainte de flambage :

$$1 \leq \lambda_{cr}$$

λ_{cr} correspond à la plus petite valeur propre positive associé au problème suivant :

$$(K + \lambda K_{\sigma})v = 0$$

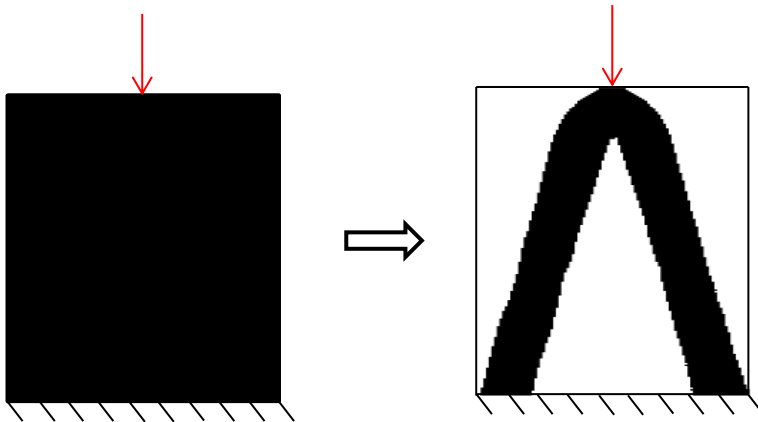
K : matrice de rigidité

K_{σ} : matrice de rigidité géométrique

Contraintes non linéaires

Un algorithme d'optimisation topologique sous contrainte de flambage et de rigidité

Algorithme de descente [2]



Taille du problème 2D : ~100 000 variables

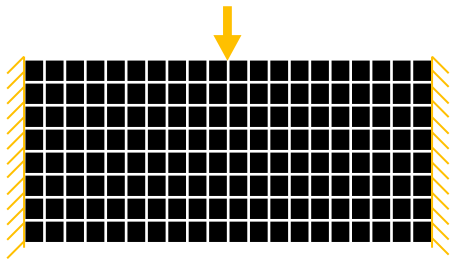
Temps de résolution : ~70,5h ≈ 3 jours

Proportion temps de calcul des dérivées : 99,6%

[2] Browne P.A. (2013) *Topology Optimization of Linear Elastic Structures*. PhD Thesis, University of Bath

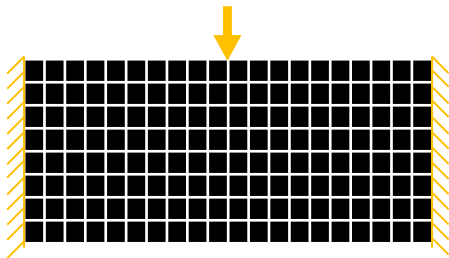
Méthode classique

Structure initiale

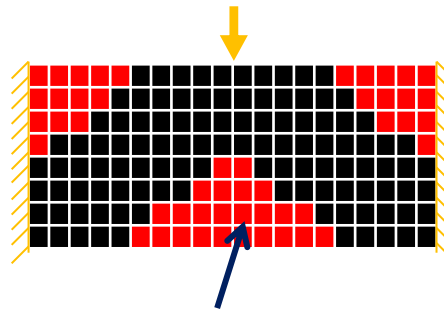


Méthode classique

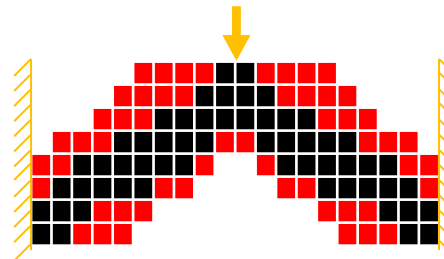
Structure initiale



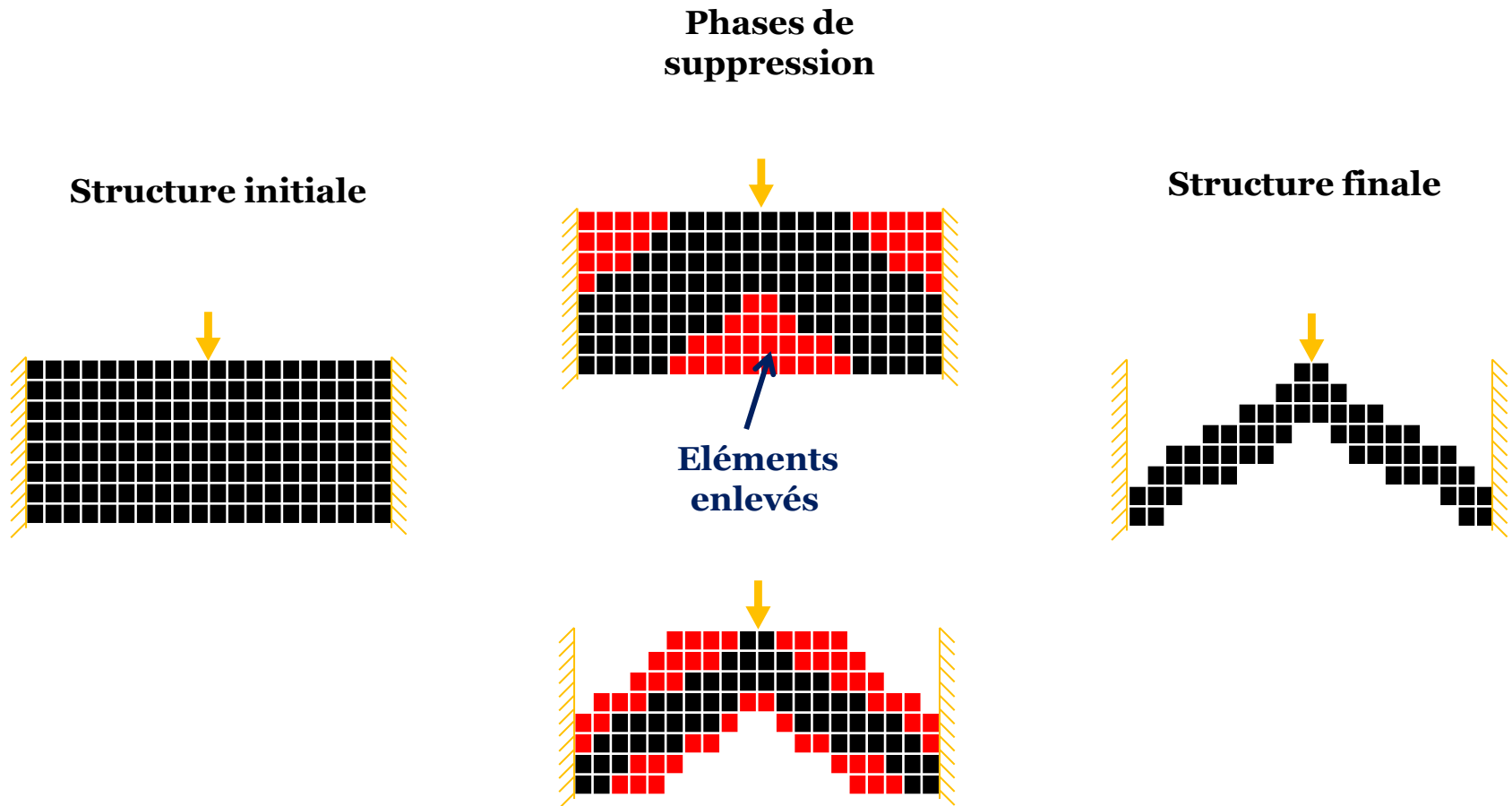
Phases de suppression



Éléments enlevés

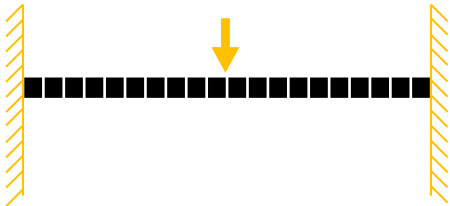


Méthode classique



Stratégie alternative

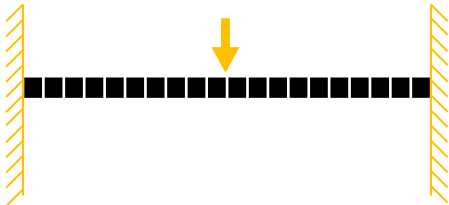
Structure initiale



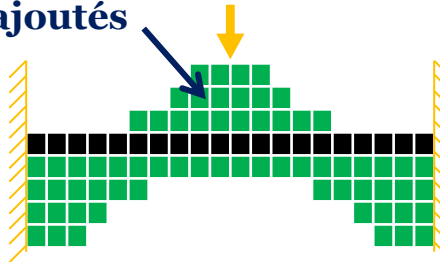
Stratégie alternative

Phase d'ajout et
de suppression

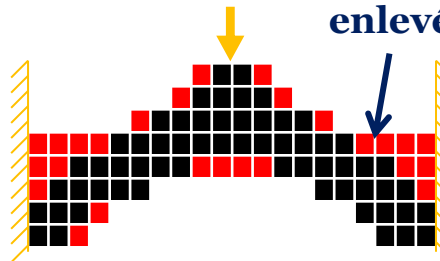
Structure initiale



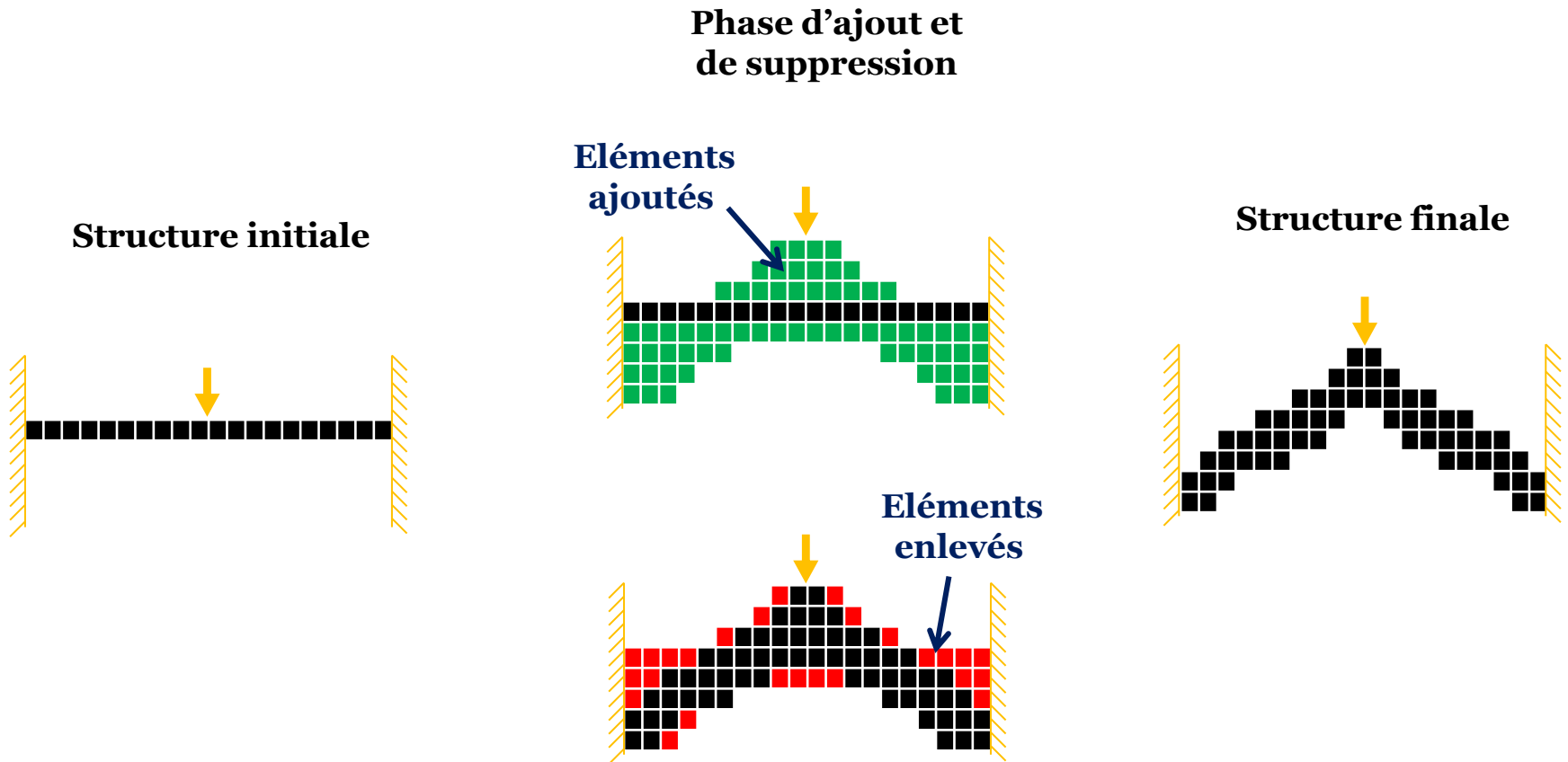
Eléments
ajoutés



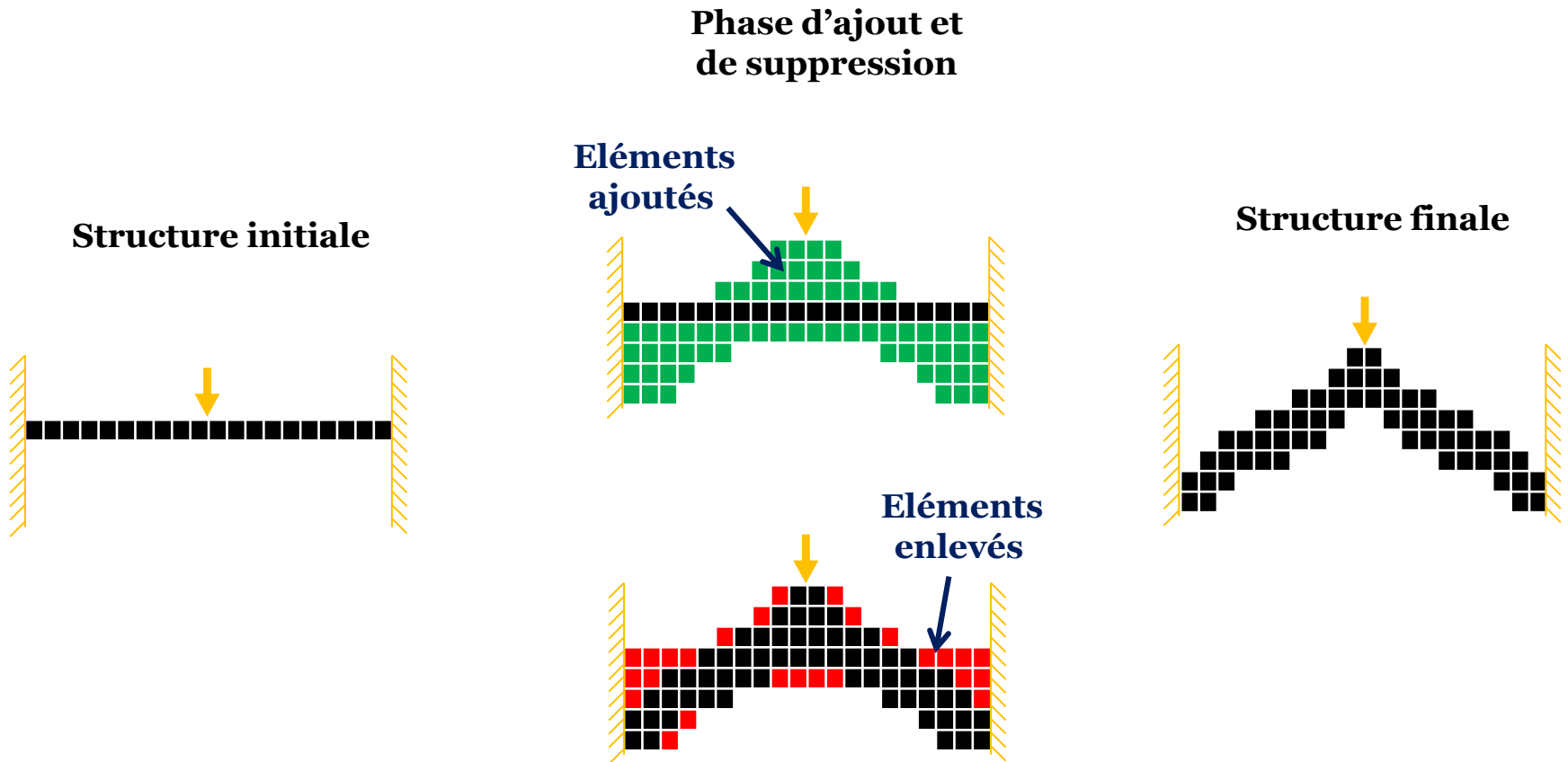
Eléments
enlevés



Stratégie alternative



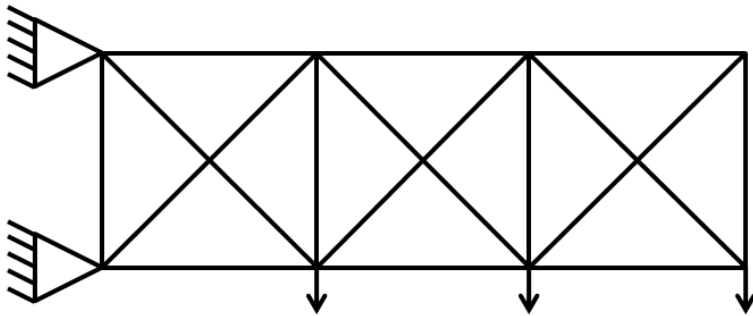
Stratégie alternative



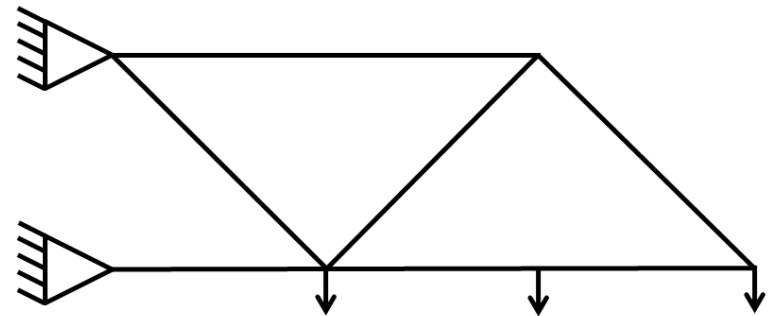
Question : Comment définir la structure initiale ?

Optimisation de treillis

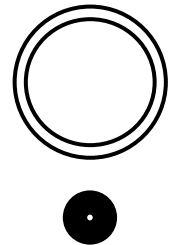
Prendre comme structure initiale le résultat de l'optimisation d'un treillis



Section transversale :



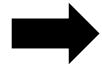
Sections transversale :



Hypothèses

Hypothèse générale :

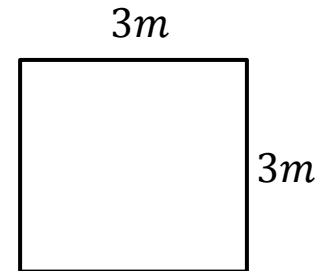
- Les barres supportent :
- des forces axiales



Chaque nœud a
3 degré de liberté
(3 déplacements)



$K, K_\sigma =$



où $m = \text{nombre de noeuds}$

Hypothèses

Hypothèse générale :

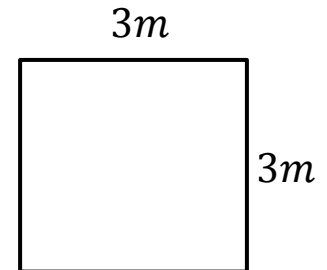
- Les barres supportent :
- des forces axiales



Chaque nœud a
3 degré de liberté
(3 déplacements)



$K, K_\sigma =$



où $m = \text{nombre de noeuds}$

Notre hypothèse :

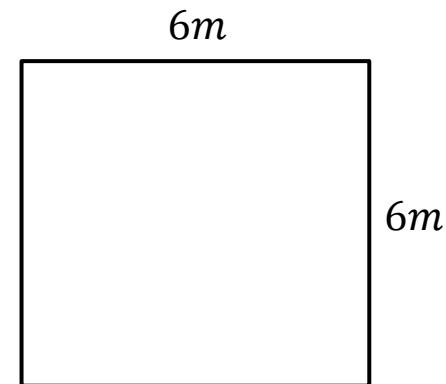
- Les barres supportent :
- des forces axiales
 - des efforts tranchants
 - des moments fléchissant



Chaque nœud a
6 degré de liberté
(3 déplacements
et 3 rotations)



$K, K_\sigma =$



Modèle

Données du problème :

- n : nombre de barres
- $L_j, \forall j = 1, \dots, n$: longueurs des barres
- ρ : densité du matériau

Modèle

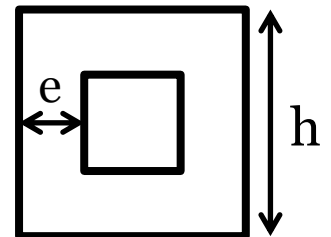
Variables de décision:

- Présence des barres :

$$\forall j = 1, \dots, n \quad z_j = \begin{cases} 1 & \text{si la barre } j \text{ est présente} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- Dimensions des sections pour chaque barre (exemple : carré creux) :

$$\begin{cases} h_j \in \mathbb{R}_0^+, & \forall j = 1, \dots, n & \text{Hauteur} \\ e_j \in \mathbb{R}_0^+, & \forall j = 1, \dots, n & \text{Epaisseur} \end{cases}$$



Modèle

Fonction objectif à minimiser :

$$\text{Masse de la structure} := \sum_{j=1}^n \rho * L_j * z_j * \left(h_j^2 - (h_j - 2 * e_j)^2 \right)$$

Contraintes géométriques :

- Avoir des sections réalisables : $2 * e_j \leq h_j, \quad \forall j = 1, \dots, n$
- Bornes sur les dimensions :
$$\begin{cases} H_{min} \leq h_j \leq H_{max} & \forall j = 1, \dots, n \\ E_{min} \leq e_j \leq E_{max} & \forall j = 1, \dots, n \end{cases}$$

Problème d'optimisation MINLP

Find $x = (z_1, h_1, e_1, \dots, z_n, h_n, e_n)$

$$\min_x \sum_{j=1}^n \rho * L_j * z_j * (h_j^2 - (h_j - 2 * e_j)^2)$$

subject to :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma_{comp} \leq \sigma_j(x) \leq \sigma_{tens} & \forall j = 1, \dots, n \\ 1 \leq \lambda_{cr}(x) & \\ 2 * e_j \leq h_j & \forall j = 1, \dots, n \\ H_{min} \leq h_j \leq H_{max} & \forall j = 1, \dots, n \\ E_{min} \leq e_j \leq E_{max} & \forall j = 1, \dots, n \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{Contraintes} \\ \text{Mécaniques} \\ \text{Contraintes} \\ \text{Géométriques} \end{array}$$

Stratégie de résolution

Découplage entre les variables continues et
les variables binaires

Stratégie de résolution

Découplage entre les variables continues et les variables binaires

- Variables binaires fixées
- Optimisation des variables continues par l'algorithme SQP

Stratégie de résolution

Découplage entre les variables continues et les variables binaires

- Variables binaires fixées
- Optimisation des variables continues par l'algorithme SQP

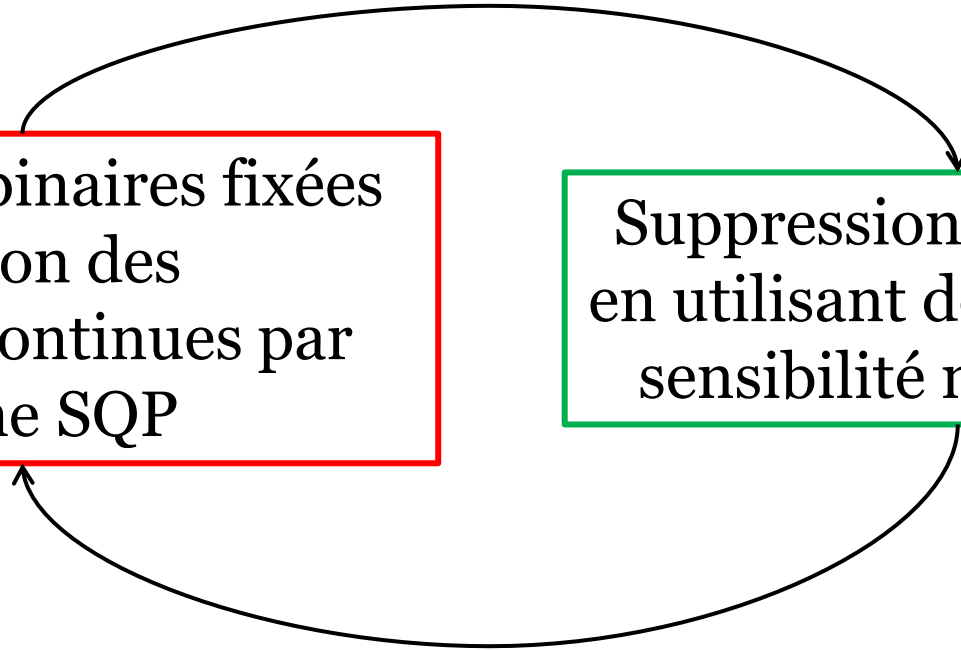
Suppression d'une barre en utilisant des critères de sensibilité mécaniques

Stratégie de résolution

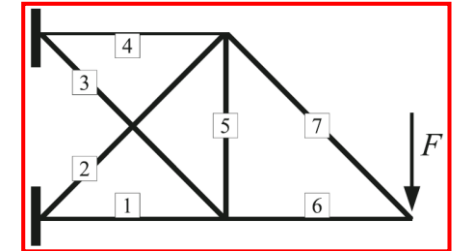
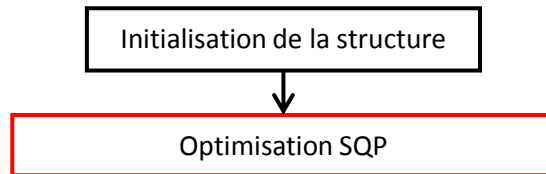
Découplage entre les variables continues et les variables binaires

- Variables binaires fixées
- Optimisation des variables continues par l'algorithme SQP

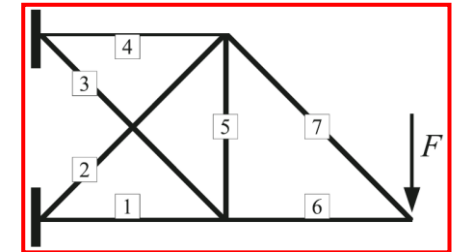
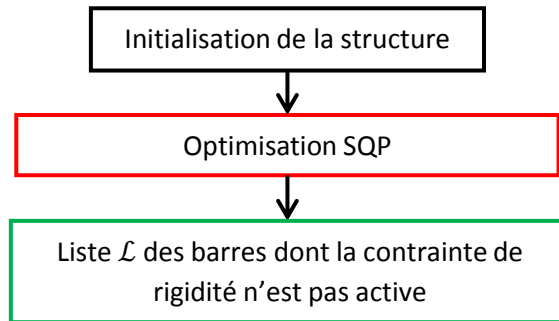
Suppression d'une barre en utilisant des critères de sensibilité mécaniques



Algorithme de résolution

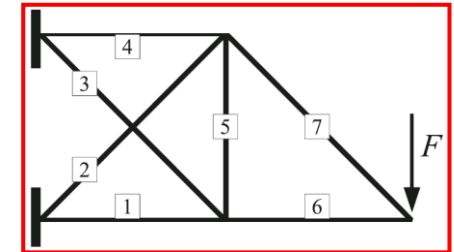
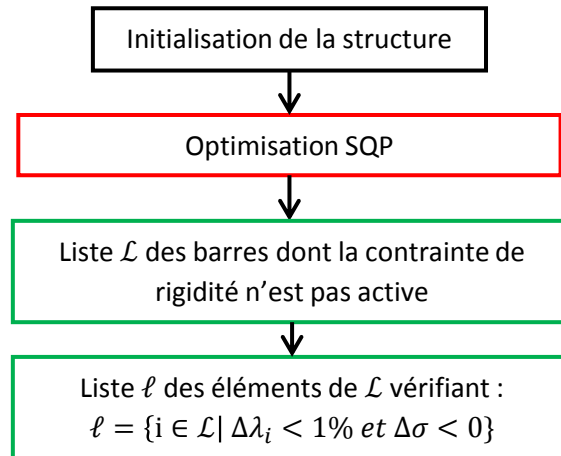


Algorithme de résolution



Liste $\mathcal{L} = \{3, 5\}$

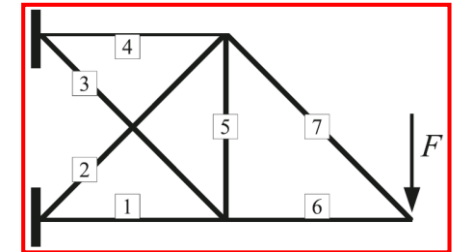
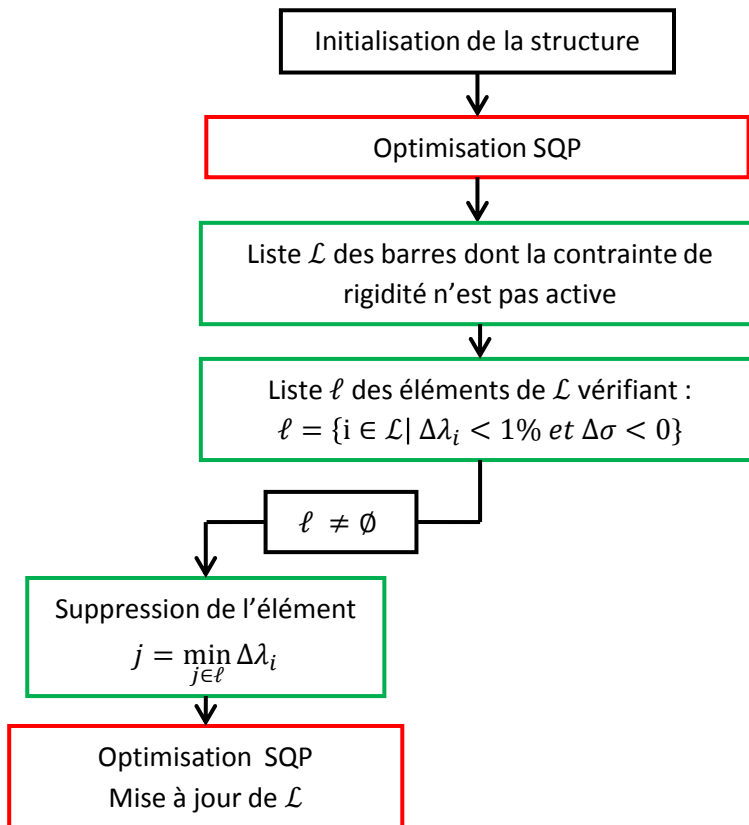
Algorithme de résolution



Liste $\mathcal{L} = \{3, 5\}$

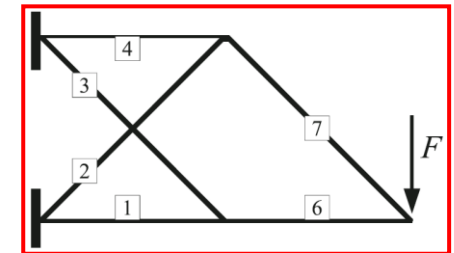
Liste $\ell = \{5\}$

Algorithme de résolution



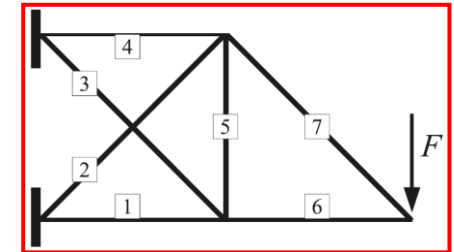
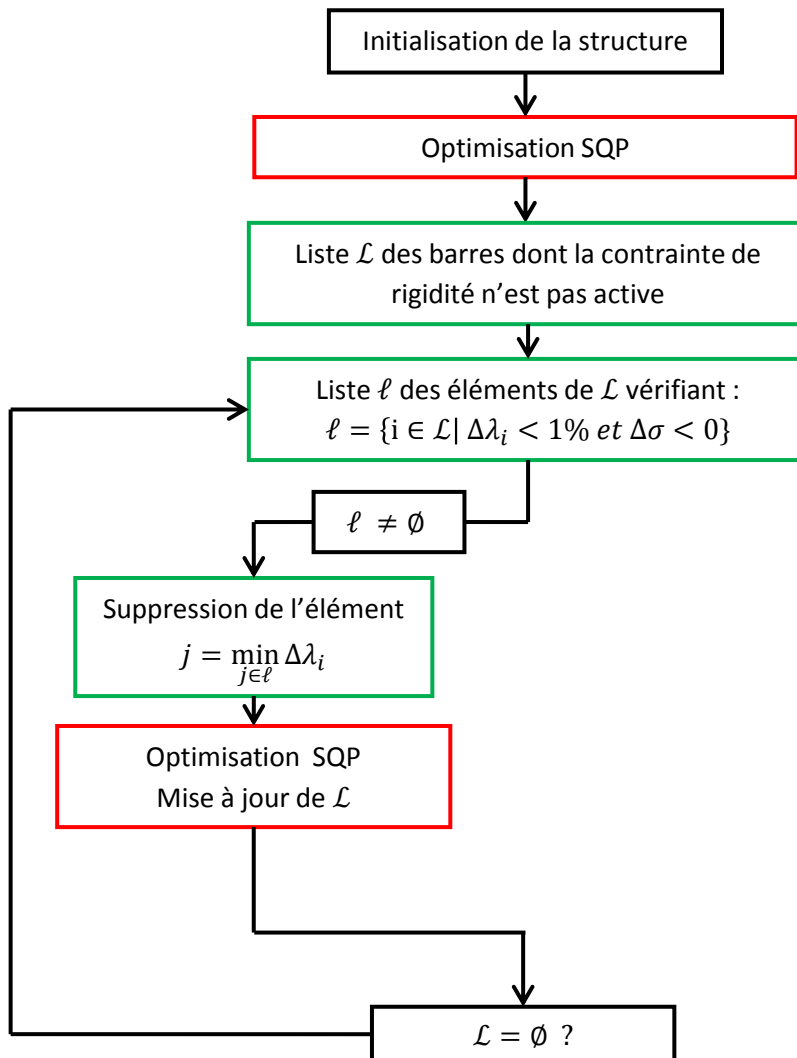
Liste $\mathcal{L} = \{3, 5\}$

Liste $\ell = \{5\}$



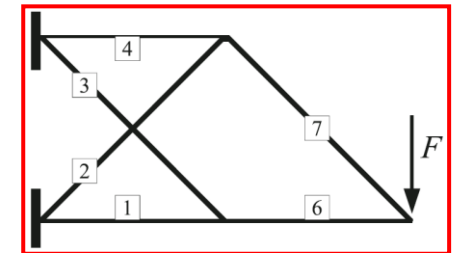
Liste $\mathcal{L} = \{3\}$

Algorithme de résolution



Liste $\mathcal{L} = \{3, 5\}$

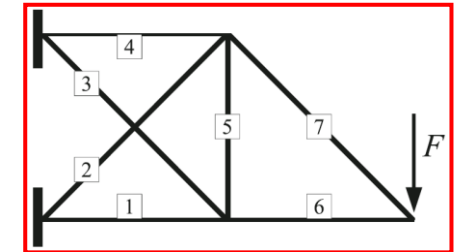
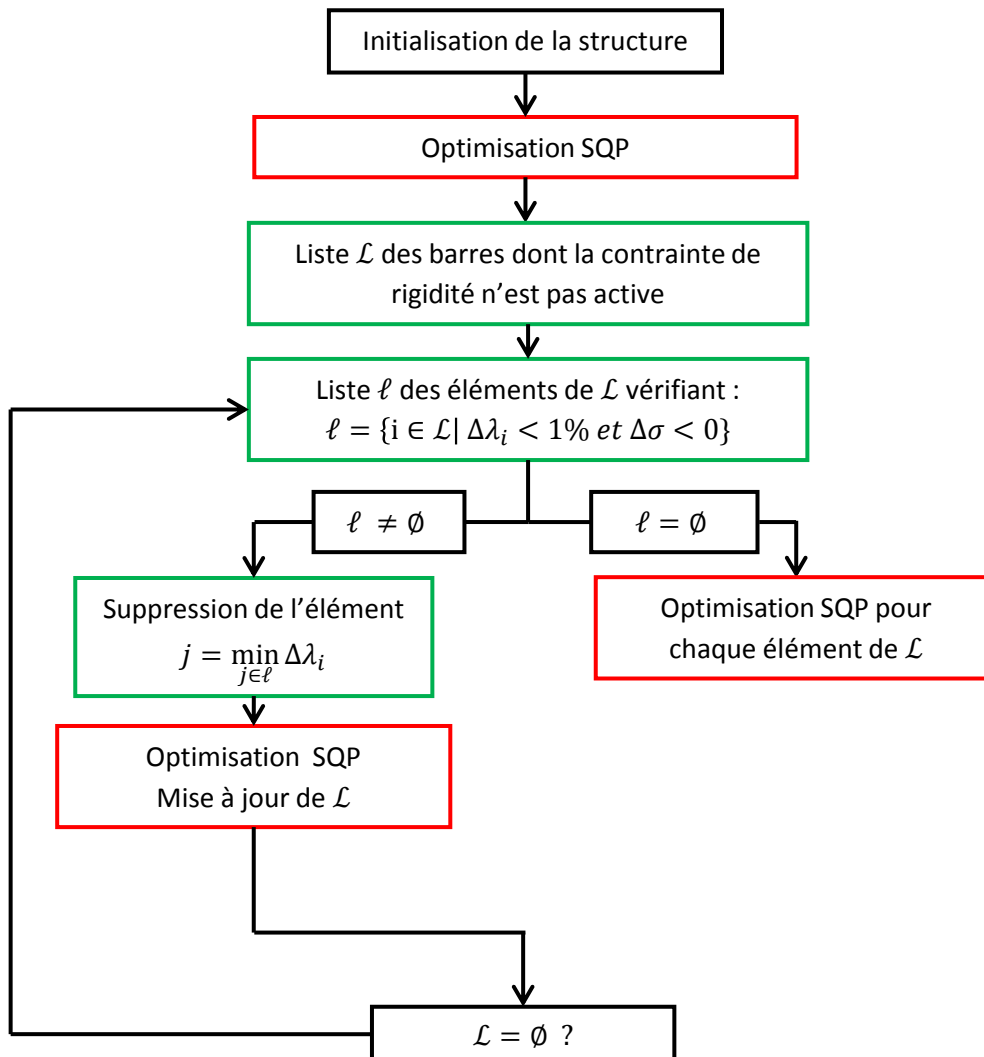
Liste $\ell = \{5\}$



Liste $\mathcal{L} = \{3\}$

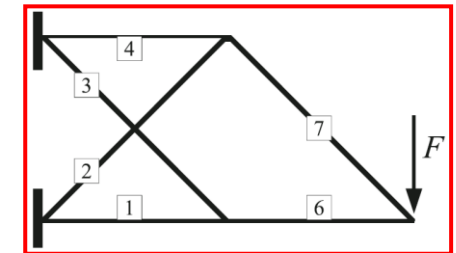
Liste $\ell = \{\emptyset\}$

Algorithme de résolution



Liste $\mathcal{L} = \{3, 5\}$

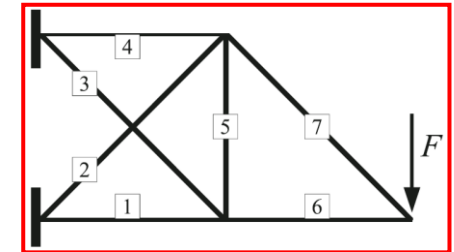
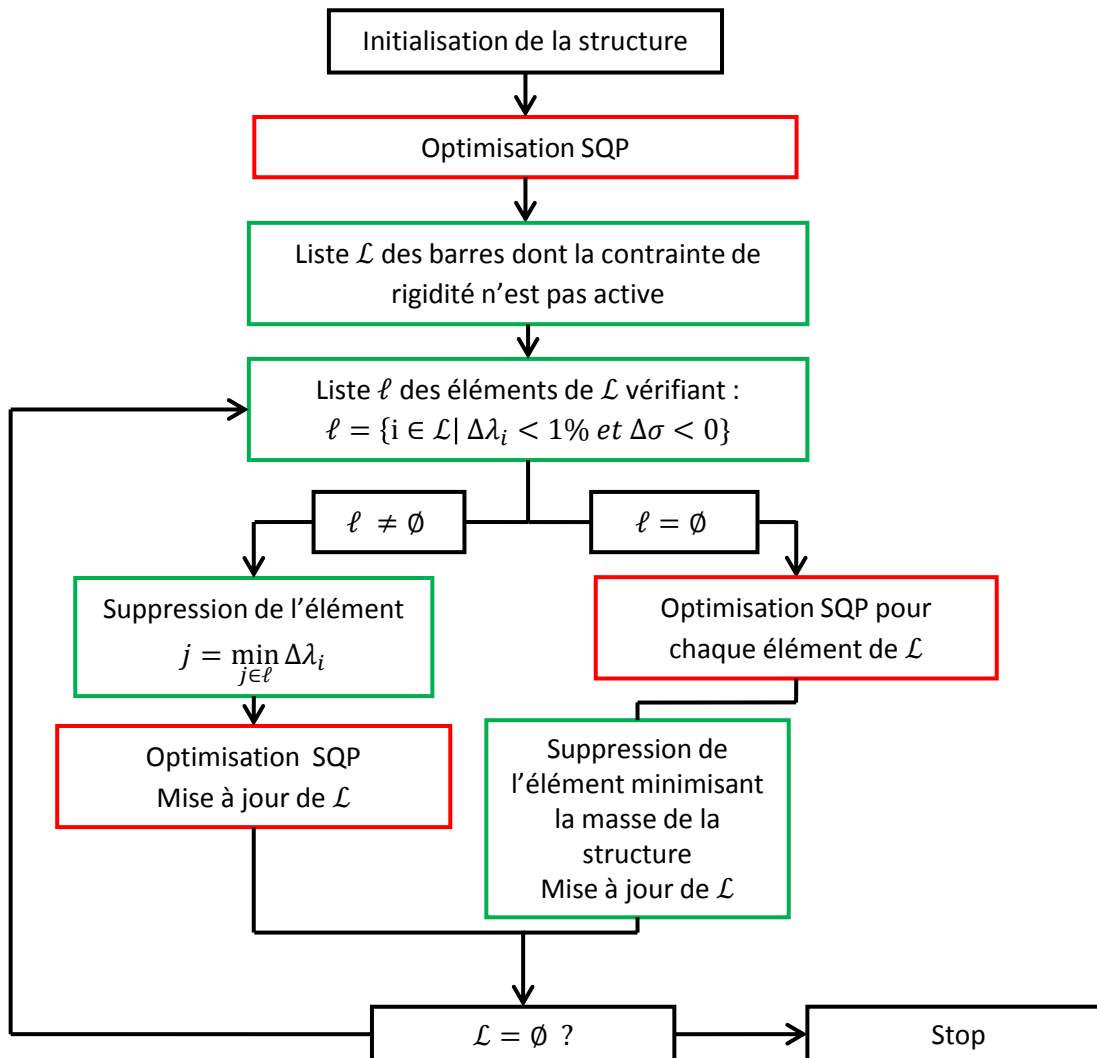
Liste $\ell = \{5\}$



Liste $\mathcal{L} = \{3\}$

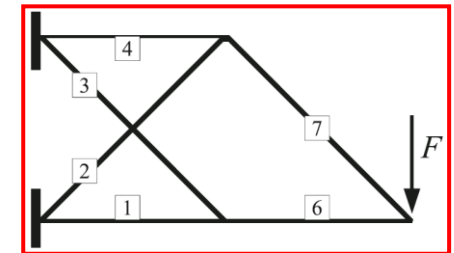
Liste $\ell = \{\emptyset\}$

Algorithme de résolution



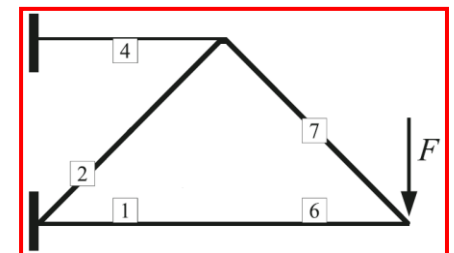
Liste $\mathcal{L} = \{3, 5\}$

Liste $\ell = \{5\}$



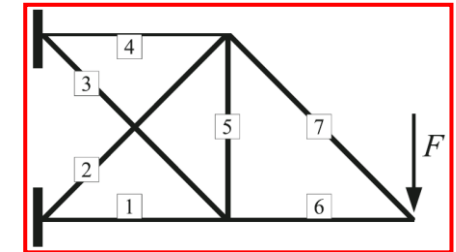
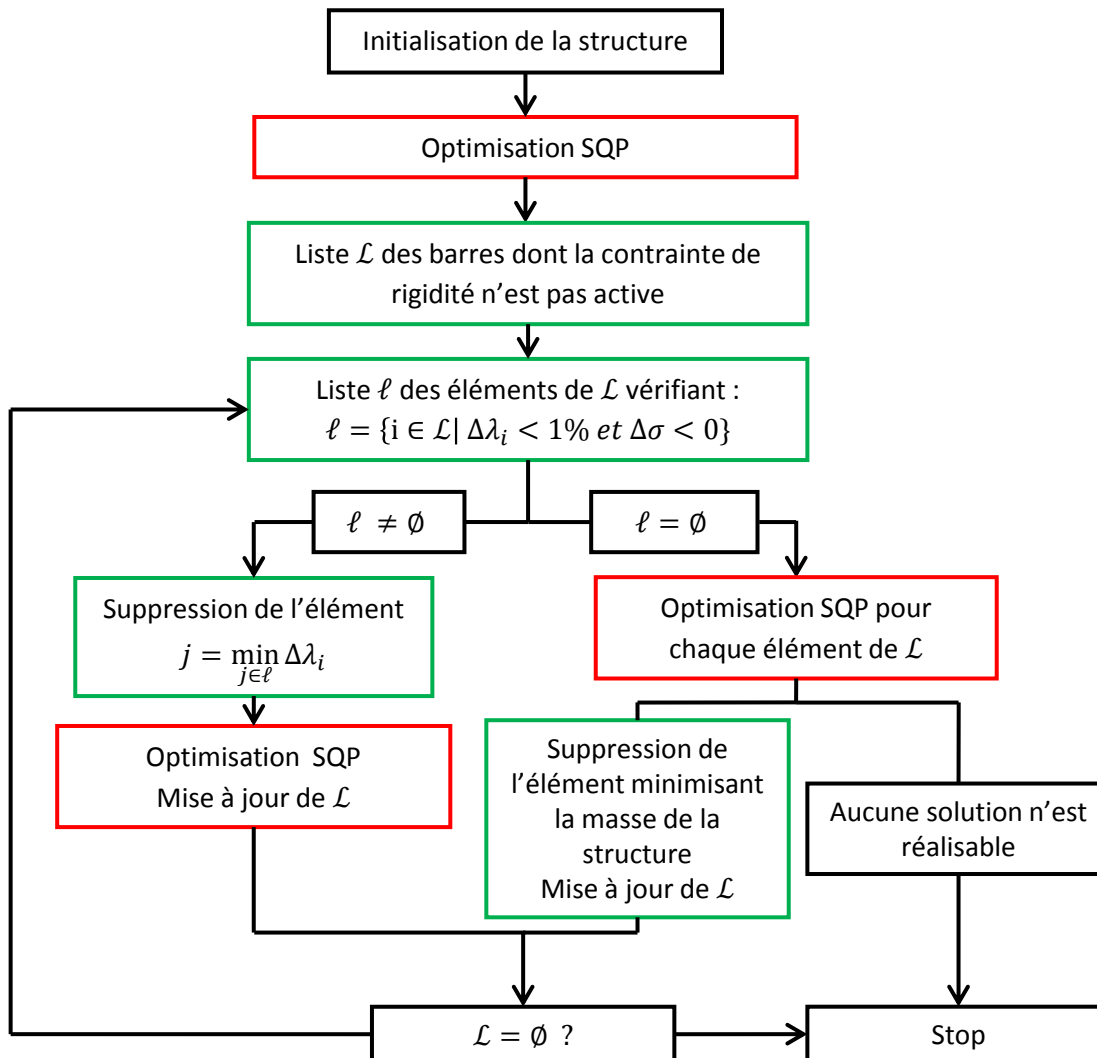
Liste $\mathcal{L} = \{3\}$

Liste $\ell = \{\emptyset\}$



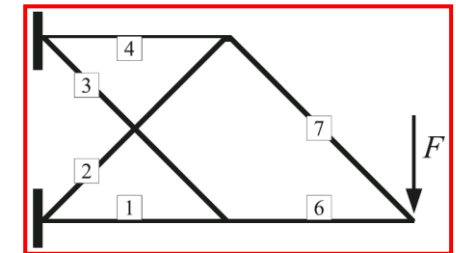
Liste $\mathcal{L} = \{\emptyset\}$

Algorithme de résolution



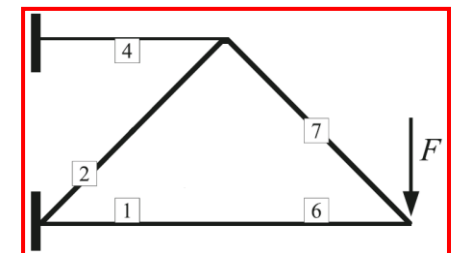
Liste $\mathcal{L} = \{3, 5\}$

Liste $\ell = \{5\}$



Liste $\mathcal{L} = \{3\}$

Liste $\ell = \{\emptyset\}$



Liste $\mathcal{L} = \{\emptyset\}$

Résultats numériques

Logiciels utilisés :

- Matlab (Solveur « fmincon »)
- Code Aster (Logiciel d'analyse par éléments finis)

Matériau considéré : Acier

- Densité du matériau : $\rho = 0,00785 \text{ g/mm}^3$
- Efforts admissibles : $\sigma_{comp} = \sigma_{tens} = 210 \text{ MPa}$

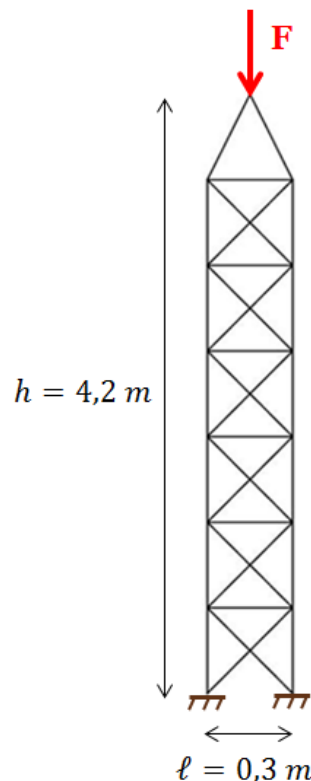
Type de sections des barres :



Résultats numériques

Première application [3]

Structure initiale



Masse initiale
35,41 kg

Structure finale



Masse finale
31,98 kg

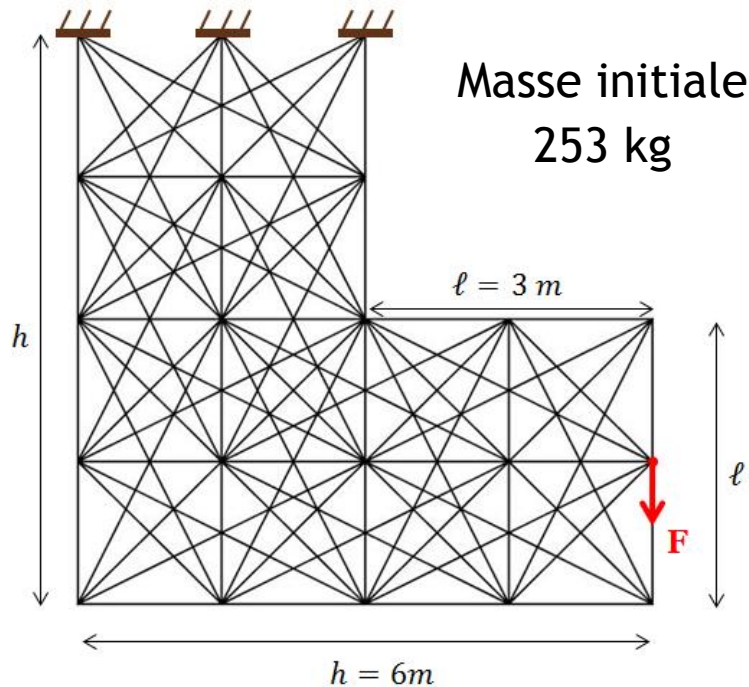
Gain de masse
9,7%

Temps de résolution
45 min

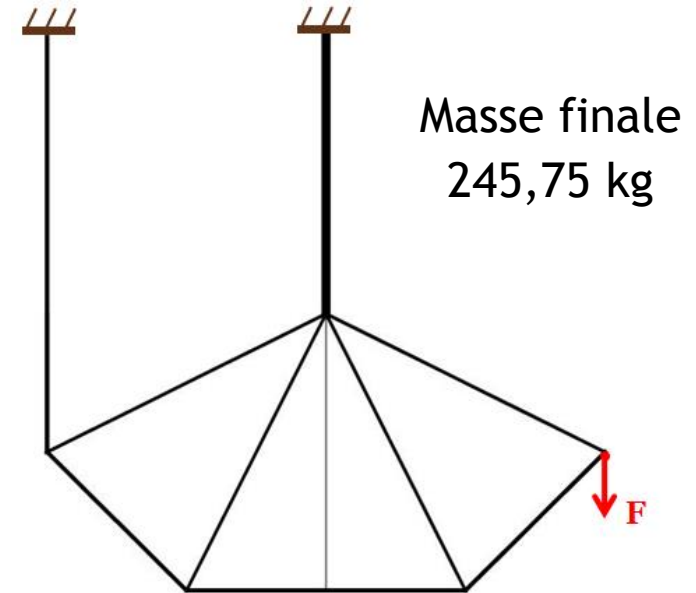
Résultats numériques

Seconde application [4]

Structure initiale



Structure finale



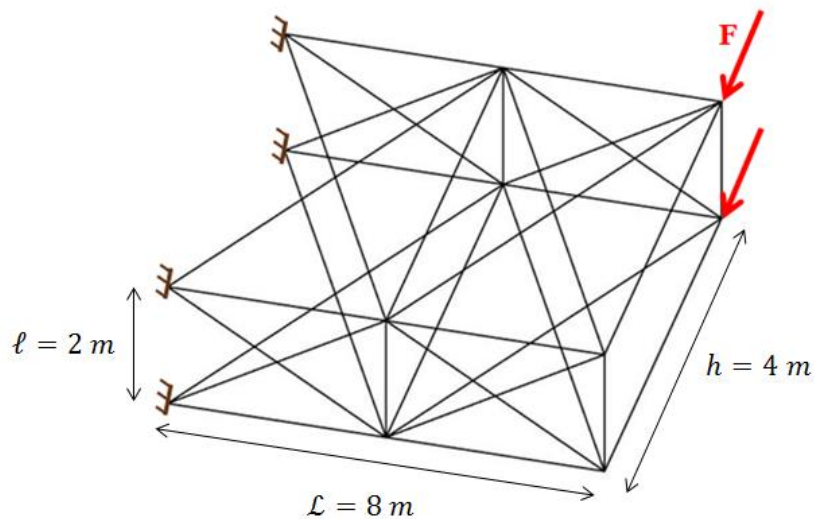
Gain de masse : 2,9%

Temps de résolution : 3h

Résultats numériques

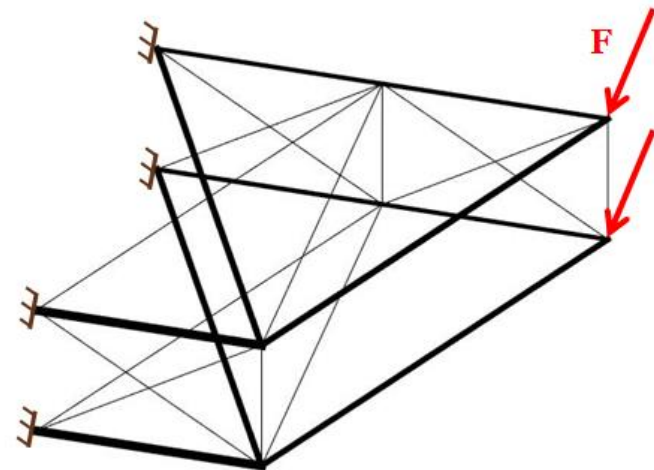
Troisième application [5]

Structure initiale



Masse initiale
478,44 kg

Structure finale



Masse finale
474,98 kg

Gain de masse
0,7%

Temps de résolution : 40 min

Conclusions et Perspectives

Conclusion :

Proposition d'une structure initiale pour des problèmes d'optimisation topologique sous des contraintes de rigidité et de flambage.

- Dépendance de l'ordre de suppression des barres
- Ne prend pas en compte l'ajout de barres

Perspectives :

- Permettre l'ajout de barres
- Optimisation sans dérivées dans le cadre de l'optimisation topologique

Merci de votre attention

